

ĆWICZENIE PROJEKTOWE NR 2 Z MECHANIKI BUDOWLI

TEMAT: Wyznaczanie przemieszczeń układów prętowych

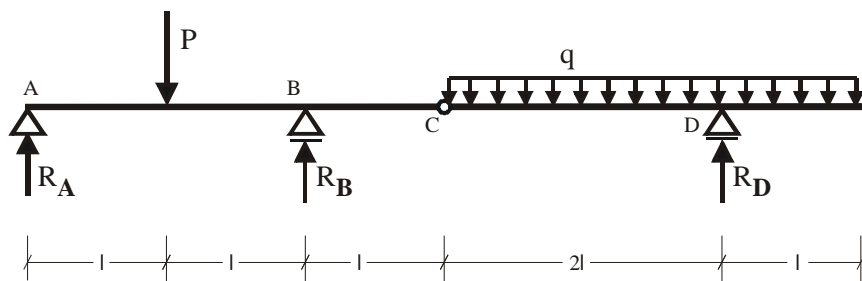
Zadanie 1.

Dla belki jak na rys. 1 wyznaczyć przemieszczenia punktów:

a) y_C ;

b) φ_B .

$q=10 \text{ kN/m}$; $P=20 \text{ kN}$; $l=2 \text{ m}$.



Rys. 1. Schemat ustroju.

- Wyznaczenie reakcji podporowych:

$$\sum M_C^p : R_D \cdot 2l - q \cdot 3l \cdot 1,5l = 0$$

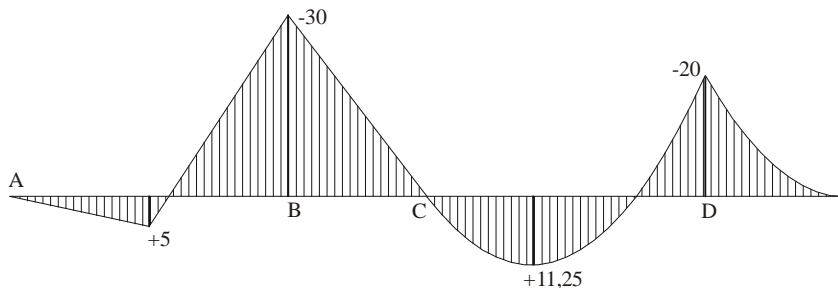
$$R_D = 45 \text{ kN}$$

$$\sum M_C^l : R_A \cdot 3l + R_B \cdot l - P \cdot 2l = 0$$

$$\sum Y : R_A + R_B + R_D - P - q \cdot 3l = 0$$

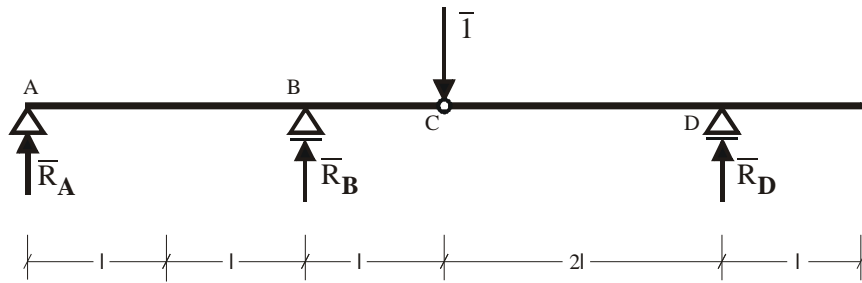
$$R_A = 2,5$$

$$R_B = 32,5$$



Rys. 2. Wykres momentów zginających od obciążenia rzeczywistego.

a) wyznaczenie pionowego przemieszczenia przegubu C - Δ_{yC} :



Rys. 3. Schemat ustroju z obciążeniem wirtualnym.

• Wyznaczenie reakcji podporowych:

$$\sum Y: \bar{R}_A + \bar{R}_B + \bar{R}_D = 1$$

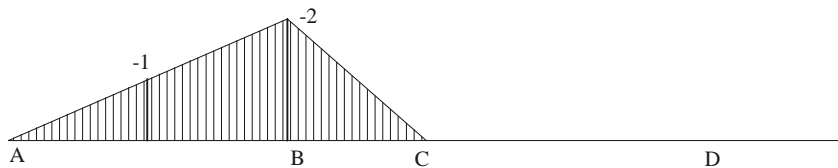
$$\sum M_C^l: \bar{R}_A \cdot 3l + \bar{R}_B \cdot l = 0$$

$$\sum M_C^p: \bar{R}_D \cdot 2l = 0$$

$$\bar{R}_A = -0,5$$

$$\bar{R}_B = 1$$

$$\bar{R}_D = 0$$



Rys. 4. Wykres momentów zginających wywołanych obciążeniem wirtualnym.

• Obliczenie zadanego przemieszczenia:

$$\bar{I} \cdot y_C = \int_s \frac{\bar{M}_i \cdot M_p}{EJ} ds =$$

$$= \frac{1}{EJ} \left[\begin{array}{c} \begin{array}{c} \triangleleft \begin{array}{c} 1 \\ - \\ 2 \end{array} \end{array} + \begin{array}{c} \triangleleft \begin{array}{c} 1 \\ - \\ 2 \end{array} \end{array} + \begin{array}{c} \triangleleft \begin{array}{c} 2 \\ - \\ 2 \end{array} \end{array} \\ \begin{array}{c} \triangleleft \begin{array}{c} + \\ 5 \end{array} \end{array} + \begin{array}{c} \triangleleft \begin{array}{c} + \\ 5 \end{array} \end{array} + \begin{array}{c} \triangleleft \begin{array}{c} - \\ 30 \\ 2 \end{array} \end{array} \end{array} \right] = \frac{1}{EJ} \left[\begin{array}{c} \begin{array}{c} \triangleleft \begin{array}{c} 1 \\ - \\ 2 \end{array} \end{array} + \begin{array}{c} \triangleleft \begin{array}{c} 1 \\ - \\ 2 \end{array} \end{array} + \begin{array}{c} \triangleleft \begin{array}{c} 1 \\ - \\ 2 \end{array} \end{array} + \begin{array}{c} \triangleleft \begin{array}{c} 2 \\ - \\ 2 \end{array} \end{array} \\ \begin{array}{c} \triangleleft \begin{array}{c} + \\ 5 \end{array} \end{array} + \begin{array}{c} \triangleleft \begin{array}{c} + \\ 5 \end{array} \end{array} + \begin{array}{c} \triangleleft \begin{array}{c} - \\ 35 \\ 2 \end{array} \end{array} + \begin{array}{c} \triangleleft \begin{array}{c} - \\ 30 \\ 2 \end{array} \end{array} \end{array} \right]$$

$$= \frac{1}{EJ} \left[\frac{1}{2} \cdot (-1) \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5 + 5 \cdot 2 \cdot \left(-1 - \frac{1}{2} \cdot 1 \right) + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (-35) \cdot \left(-1 - \frac{2}{3} \cdot 1 \right) + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (-2) \cdot \frac{2}{3} \cdot (-30) \right] =$$

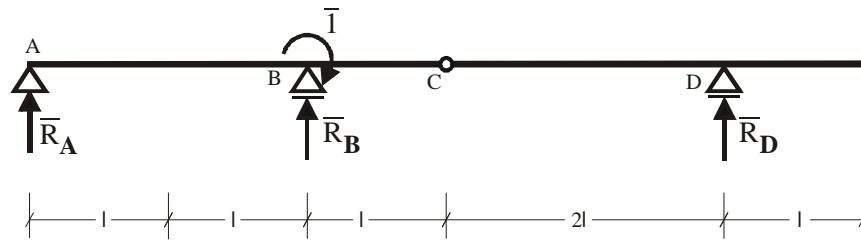
$$= \frac{1}{EJ} \left[-\frac{10}{3} - 15 + \frac{175}{3} + 40 \right] = \frac{1}{EJ} \cdot 80$$

$$EJ = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa} \cdot 2140 \text{ cm}^4 = 2,1 \cdot 10^8 \text{ kN/m}^2 \cdot 2,14 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$EJ = 4494 \text{ kNm}^2$$

$$y_C = \frac{80 \text{ kNm}^3}{4494 \text{ kNm}^2} = 0,0178 \text{ m} = 1,78 \text{ cm}$$

b) wyznaczenie obrotu węzła B - φ_B :



Rys. 5. Schemat ustroju z obciążeniem wirtualnym.

• Wyznaczenie reakcji podporowych:

$$\sum Y: \bar{R}_A + \bar{R}_B + \bar{R}_D = 0$$

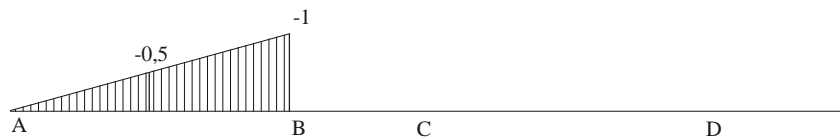
$$\sum M_C^l: \bar{R}_A \cdot 3l + \bar{R}_B \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\sum M_C^p: \bar{R}_D \cdot 2l = 0$$

$$\bar{R}_A = -0,25$$

$$\bar{R}_B = 0,25$$

$$\bar{R}_D = 0$$



Rys. 6. Wykres momentów zginających wywołanych obciążeniem wirtualnym.

- Obliczenie zadanego przemieszczenia:

$$\bar{1} \cdot j_B = \int_s \frac{\bar{M}_i \cdot M_p}{EJ} ds =$$

$$= \frac{1}{EJ} \left[\begin{array}{c} \begin{array}{cc} \begin{array}{c} \text{0,5} \\ \text{2} \end{array} \begin{array}{c} \text{0,5} \\ \text{2} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{1} \\ \text{2} \end{array} \end{array} + \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{0,5} \\ \text{2} \end{array} \begin{array}{c} \text{0,5} \\ \text{2} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{1} \\ \text{2} \end{array} \end{array} \\ \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{+} \\ \text{5} \end{array} \begin{array}{c} \text{+} \\ \text{5} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{30} \\ \text{5} \end{array} \end{array} \end{array} \right] = \frac{1}{EJ} \left[\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \text{0,5} \\ \text{2} \end{array} \begin{array}{c} \text{0,5} \\ \text{2} \end{array} \begin{array}{c} \text{1} \\ \text{2} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{1} \\ \text{2} \end{array} \end{array} + \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{0,5} \\ \text{2} \end{array} \begin{array}{c} \text{0,5} \\ \text{2} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{1} \\ \text{2} \end{array} \end{array} \\ \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{+} \\ \text{5} \end{array} \begin{array}{c} \text{+} \\ \text{5} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{35} \\ \text{5} \end{array} \end{array} \end{array} \right]$$

$$= \frac{1}{EJ} \left[\frac{1}{2} \cdot (-0,5) \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5 + 5 \cdot 2 \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot 0,5 - \frac{1}{2} \cdot 1 \right) + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (-35) \cdot \left(-\frac{1}{3} \cdot 0,5 - \frac{2}{3} \cdot 1 \right) \right] =$$

$$= \frac{1}{EJ} \left[-\frac{5}{3} - 7,5 + \frac{175}{6} \right] = \frac{1}{EJ} \cdot 20$$

$$EJ = 4494 \text{ kNm}^2$$

$$j_B = \frac{20 \text{ kNm}^2}{4494 \text{ kNm}^2} = 0,00445 \text{ rad} = 0,255^\circ = 0^\circ 15'$$